

STICHTING  
MATHEMATISCH CENTRUM  
2e BOERHAAVESTRAAT 49  
AMSTERDAM

S 168 (M 59)

Een toets voor de kleinste van een aantal geschatte  
varianties van normale verdelingen.

R. Doornbos.





MATHEMATISCH CENTRUM,  
 25 Boerhaavestraat 40,  
A m s t e r d a m - 0  
 Statistische Afdeling  
 Rapport S 168 (M 59)  
 door  
 R. Doornbos

Maart 1955

Een toets voor de kleinste van een aantal geschatte varianties van normale verdelingen <sup>1)</sup>

Stel wij hebben  $k$  steekproeven, ieder van dezelfde uitgebreidheid  $n$ , afkomstig uit normale verdelingen:

$$\begin{matrix} x_{11}, \dots, x_{1n} \\ \vdots \\ x_{k1}, \dots, x_{kn} \end{matrix}$$

Wij toetsen, evenals bij de toets van Bartlett het geval is, de hypothese, dat de varianties van de  $k$  normale verdelingen gelijk zijn, hier evenwel speciaal tegen het alternatief, dat de steekproef met de kleinste variantie afkomstig is uit een verdeling die een kleinere variantie heeft dan de andere verdelingen.

De geschatte varianties zijn:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_{i.})^2}{n-1} \quad (i=1, \dots, k),$$

waarin  $x_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n}$  het gemiddelde van de  $i$ e steekproef is. De kleinste onder de  $S_i^2$  noemen wij  $S_{\min}^2$ . De toetsingsgrootte is nu:

$$A = \frac{S_{\min}^2}{\sum_{i=1}^k S_i^2}.$$

De waarschijnlijkheidsverdeling waaruit deze waarde  $A$  een trekking is, is slechts bij benadering numeriek te berekenen. Dit heeft tot gevolg, dat in de hieronder staande tabel van kritieke waarden de bijbehorende onbetrouwbaarheidsdrempel niet exact bekend is. Wel weten wij zeker, dat deze ligt

-----  
 1) Dit memorandum is slechts bedoeld ter oriëntatie en streeft niet naar volledigheid of naar volledige exactheid.



tussen 0,05 en 0,04875. Indien de gevonden waarde van  $A$  dus kleiner is dan het in de tabel vermelde getal, kunnen wij de hypothese bij de onbetrouwbaarheidsdrempel 0,05 zeker verwerpen. De even waarden van  $n$  leveren rekentechnisch veel grotere moeilijkheden op dan de oneven waarden; vandaar dat de tabel wel berekend is voor  $n=7$ , maar niet voor  $n=6$ . Om veel nullen achter de komma te vermijden, is 0,0000046 afgekort tot  $0,0^{546}$  enz.

Tabel van kritieke waarden van  $A$  bij een onbetrouwbaarheidsdrempel  $\approx 0,05$ , voor verschillende steekproefuitgebreidheden  $n$  en aantallen groepen  $k$ .

| $k \backslash n$ | 2           | 3           | 4       | 5       | 7       |
|------------------|-------------|-------------|---------|---------|---------|
| 2                | 0,00154     | 0,02500     | 0,06083 | 0,09430 | 0,14663 |
| 3                | $0,0^3 278$ | 0,00837     | 0,02489 | 0,04262 | 0,07331 |
| 4                | $0,0^4 964$ | 0,00418     | 0,01401 | 0,02546 | 0,04647 |
| 5                | $0,0^4 444$ | 0,00251     | 0,00916 | 0,01736 | 0,03306 |
| 6                | $0,0^4 241$ | 0,00167     | 0,00653 | 0,01280 | 0,02518 |
| 7                | $0,0^4 145$ | 0,00119     | 0,00493 | 0,00992 | 0,02008 |
| 8                | $0,0^5 94$  | $0,0^3 895$ | 0,00337 | 0,00799 | 0,01654 |
| 9                | $0,0^5 65$  | $0,0^3 696$ | 0,00314 | 0,00661 | 0,01395 |
| 10               | $0,0^5 46$  | $0,0^3 557$ | 0,00261 | 0,00558 | 0,01200 |